§ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ

Пусть даны внешние и внутренние силы, действующие на систему, состоящую из N точек (рис. 39). Если к каждой точке системы приложить равнодействующую силу внешних сил $\bar{F}_k^{(e)}$ и равнодействующую силу всех внутренних сил $\bar{F}_k^{(i)}$, то для любой k-й точки системы можно составить дифференциальное уравнение движения, например, в векторной форме, т. е.

$$m_k \frac{d^2\bar{r}_k}{dt^2}=\bar{F}_k^{(e)}+\bar{F}_k^{(i)} \quad (k=1,\ 2,\ \ldots,\ N). \tag{3}$$

Систему N дифференциальных уравнений (3) называют *дифференциальными уравнениями движения механической системы в векторной форме*. Если спроецировать векторные дифференциальные уравнения (3) на прямоугольные декартовы оси координат, то получим систему $3N$ дифференциальных уравнений, описывающих движение точек механической системы.

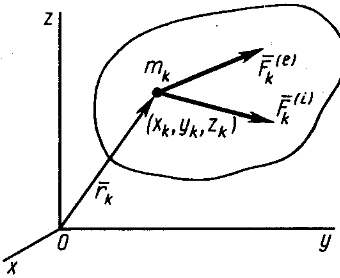

Рис. 39

Для нахождения движения механической системы по заданным силам и начальным условиям для каждой точки системы нужно проинтегрировать, следовательно, систему $3N$ дифференциальных уравнений. Эту задачу не удается точно решить в общем случае даже для одной точки. Она исключительно трудна в случае двух материальных точек, которые движутся только под действием сил взаимодействия по закону всемирного притяжения (задача о двух телах) и совершенно неразрешима в случае трех взаимодействующих точек (задача о трех телах).

Задача интегрирования дифференциальных уравнений механической системы еще сложнее, если на механическую систему наложены связи, силы реакций которых заранее не известны и должны быть дополнительно определены по заданным силам и связям аналогично случаю движения несвободной материальной точки по поверхности и кривой линии.

В некоторых случаях из дифференциальных уравнений движения системы можно получить первые интегралы, т. е. соотношения, в которые не входят производные второго порядка от координат по времени.

Если известны первые интегралы, то задача интегрирования системы дифференциальных уравнений облегчается. Хотя отдельные первые интегралы и не могут полностью описать движения всех точек системы, однако они иногда характеризуют важные стороны движения системы в целом.

Первые интегралы системы дифференциальных уравнений удобно получать из так называемых общих теорем динамики, когда выполняются некоторые дополнительные условия для действующих сил. Кроме того, общие теоремы динамики, даже когда по ним нельзя определить первые интегралы, дают ценную информацию о движении точки или системы. В некоторых задачах, где не требуется полного знания движения системы, эти сведения могут оказаться достаточными.

Общие теоремы динамики являются следствиями системы дифференциальных уравнений движения точки или соответственно системы точек.